

ریاضی پایه - ۲۰ سوال - ۳۰ دقیقه:

۱- برای تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{[x]-2}$ کدام حد تعریف می‌شود؟

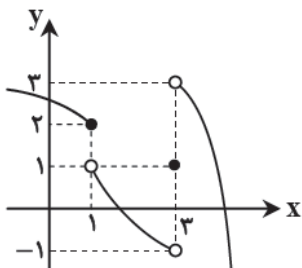
$\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ (۱)

۲- نمودار تابع f در شکل روبه‌رو رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(4-x)}{x+1}$ کدام است؟



۱ (۱)

۰/۵ (۲)

-۰/۵ (۳)

۱/۵ (۴)

۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin 3x}}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۴- اگر اعداد مثبت x_1, x_2 و x_3 طول سه نقطه متوالی ناپیوستگی تابع $f(x) = [2\sqrt{x+1}]$ باشند، حداقل مقدار مجموع این سه عدد کدام است؟

۹/۵ (۴)

۱۱ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۲۶ (۱)

۵- با اضافه شدن نقطه $A(1, a)$ به نقاط نمودار تابع $f(x) = \frac{(3x^2 + x - 4)(x^2 + 3x - 4)}{(x^2 - 2x + 1)}$ تابعی همواره پیوسته به وجود می‌آید. مقدار a کدام است؟

۳۵ (۴)

-۲۸ (۳)

-۲۱ (۲)

۱۴ (۱)

۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2+3x-4} = \frac{1}{a-1}$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای b کدام است؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۷- تابع $f(x) = \begin{cases} \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| & \text{زوج } [x] \\ m + nx + [x] & \text{فرد } [x] \end{cases}$ پیوسته است. زوج مرتب (m, n) کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

(۲, -۱) (۴)

(۱, -۱) (۳)

(-۱, ۱) (۲)

(۱, -۲) (۱)

۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\Delta x + \frac{\pi}{6}) - \tan(2x + \frac{\pi}{6})}{x}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

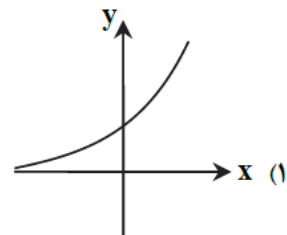
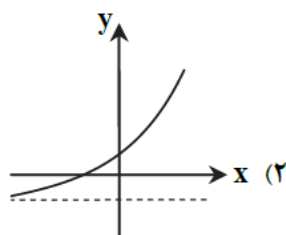
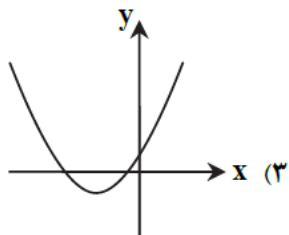
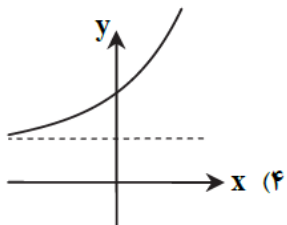
$$k(x) = \frac{[-x^2]}{x} \quad (۴)$$

$$h(x) = \frac{[x^2]}{x} \quad (۳)$$

$$g(x) = \frac{[-x]}{x} \quad (۲)$$

$$f(x) = \frac{[x]}{x} \quad (۱)$$

۱۰- با توجه به حد تابع در بی‌نهایت، نمودار تابع $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام می‌تواند باشد؟



۱۱- اگر $\frac{\pi}{4} < a < \frac{5\pi}{4}$ و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x+b}{\cos^2 x + \cos x} = -\infty$ باشد، حداقل مقدار $[b]$ کدام است؟

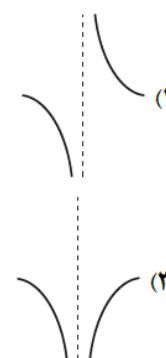
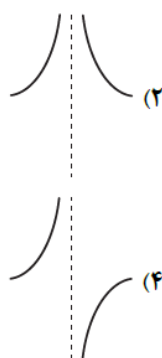
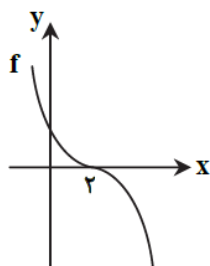
(۴) -۷

(۳) -۸

(۲) -۹

(۱) -۱۰

۱۲- نمودار شکل روبه‌رو فقط از گزینه‌ی بایی و انتقال نمودار $y = x^3$ به دست آمده است. نمودار تابع $y = \frac{1}{f(x-6)} - \frac{1}{f^{-1}(x)}$ در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟



۱۳- فرض کنید $f(x) = \frac{2x^2 - kx|x-1| + |x|}{4x^2 + 3x + 1}$. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) -۲

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-2b)x^4 + (a+2b)x^3 + ax}{4x^3 + bx^2 + 1} = 2$ ، مقدار $a+b$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۱۵- فرض کنید f تابعی خطی با دامنه \mathbb{R} است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = 9$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(-x)}{xf^{-1}(\frac{1}{x})} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

(۴) -۱۹

(۳) ۱۸

(۲) ۱۹

(۱) -۱۸

۱۶- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2x+1} \left[\frac{4x+1}{x+2} \right]$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 3^{x+k} + 1}{3^{x+k} + 3^x - 1} = -\frac{1}{3}$ باشد، مقدار k کدام است؟

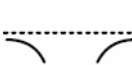
- (۱) $\log_3(1)$ (۲) $\log_3(2)$ (۳) $-\log_3(3)$ (۴) $-\log_3(4)$

۱۸- اگر $f(x) = \frac{x^2 + x|x| + x + 4}{-x + 2}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، مجانب‌های افقی نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ را نشان می‌دهد؟

- (۱) $y = 1$ و $y = -1$ (۲) $y = 0$ و $y = 1$ (۳) $y = 0$ و $y = -1$ (۴) $y = -1$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x - 1}$ در اطراف مجانب افقی آن چگونه است؟

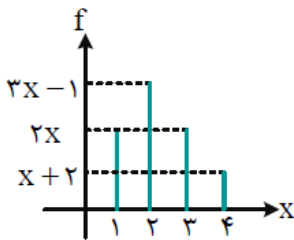
- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۲۰- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + mx - 1}{x^2 - x + 2}$ در اطراف مجانب افقی آن به صورت  باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) $\{2\}$ (۲) $\{-2\}$ (۳) $[-2, 2]$ (۴) $(0, 2)$

آمار و احتمال - ۱۰ سوال - ۱۵ دقیقه:

۲۱- در نمودار مقابل، میانگین داده‌ها برابر $2/4$ است. فراوانی نسبی داده ۳ کدام است؟



- (۱) $0/16$ (۲) $0/24$ (۳) $0/28$ (۴) $0/2$

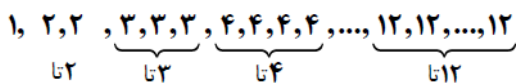
۲۲- اگر میانگین داده‌های $1^2, 7a_1 + 2^2, 7a_2 + 3^2, \dots, 7a_{10} + 10^2$ برابر $111/65$ و میانگین داده‌های a_1, a_2, \dots, a_9 برابر $11/5$ باشد، آن گاه a_{10} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳- اگر میانگین و واریانس داده‌های طبیعی و متمایز $a, b, 9, 15, 7$ به ترتیب برابر $13/2$ و $21/2$ باشد، آن گاه برای $\{a, b\}$ چند جواب یافت خواهد شد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

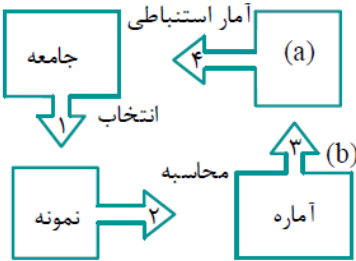
۲۴- داده‌های زیر را در نمودار جعبه‌ای نمایش داده‌ایم. اگر میانگین داده‌های سمت چپ جعبه را a بنامیم، آن گاه مقدار تقریبی a کدام است؟



- (۱) $6/5$ (۲) $5/12$ (۳) $4/9$ (۴) $4/16$

۲۵- میانگین و واریانس ۴۰ داده آماری، به ترتیب، برابر ۱۲ و ۹ است. اگر به هر یک از داده‌ها ۶ واحد اضافه کنیم، آنگاه معکوس ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱/۳ (۳) ۲ (۴) ۶



۲۶- با توجه به شکل مقابل، مکان‌های a و b جانشین کدام یک از موارد زیر هستند؟

- (۱) برآورد a، گردآوری b
 (۲) برآورد a، تخمین b
 (۳) پارامتر a، برآورد b
 (۴) میانگین a، برآورد b

۲۷- در نمونه‌گیری خوشه‌ای معمولاً تفاوت از خوشه‌ای به خوشه‌ای دیگر و در نمونه‌گیری طبقه‌ای معمولاً تفاوت در اعضای درون هر طبقه است.

- (۱) کم - کم (۲) کم - زیاد (۳) زیاد - کم (۴) زیاد - زیاد

۲۸- می‌خواهیم از بین ۲۱۴۲ نفر با شماره‌های ۱ تا ۲۱۴۲، تعداد ۵۱ عضو را به عنوان نمونه به شیوه سامانمند انتخاب کنیم. کدام جفت از اعداد داده شده می‌توانند با هم در نمونه منتخب حضور داشته باشند؟

- (۱) ۲۰۲۴ و ۱۴۰۲ (۲) ۲۰۲۴ و ۱۴۰۳ (۳) ۶۰۵ و ۱۴۰۲ (۴) ۶۰۵ و ۱۴۰۳

۲۹- اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای به صورت $(\frac{2}{81}, \frac{3}{93})$ و انحراف معیار جامعه برابر $\frac{2}{2}$ باشد، اندازه نمونه کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۲۵۰

۳۰- در جامعه‌ای با واریانس $\frac{7}{84}$ ، حداقل اندازه نمونه‌ها چقدر باشد تا یقین حاصل کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین‌ها کمتر یا مساوی $\frac{1}{56}$ باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

فیزیک ۱- ۲۰ سوال - ۳۰ دقیقه:

۳۱- دمای جسمی برحسب کلوین ۴ برابر دمای آن برحسب فارنهایت است. دمای جسم برحسب سلسیوس کدام است؟

- (۱) $\frac{1365}{31}$ (۲) $\frac{241}{72}$ (۳) $\frac{241}{62}$ (۴) $\frac{725}{31}$

۳۲- دمای مایعی ۲۵ درجه سلسیوس کاهش می‌یابد و چگالی آن نیم درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط حجمی آن در SI کدام است؟

- (۱) 2×10^{-4} (۲) 5×10^{-4} (۳) $2/5 \times 10^{-4}$ (۴) 6×10^{-4}

۳۳- چند مورد از گزینه‌های زیر درست است؟

- (الف) تفسنج نوری به‌عنوان دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دماهای بالا (حدود 1100°C) انتخاب شده است.
 (ب) اساس کار پرتوسنج (رادبومتر) متفاوت بودن جذب و گسیل پرتوهای تابشی در پره‌های تیره و روشن است.
 (ج) گسیل گرما از اجسام وقتی به دمای معینی می‌رسند، تابش گرمایی نامیده می‌شود.
 (د) کلم اسکانک از طریق تابش فرسرخ، برف اطرافش را ذوب می‌کند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

صفحه ۵ از ۷

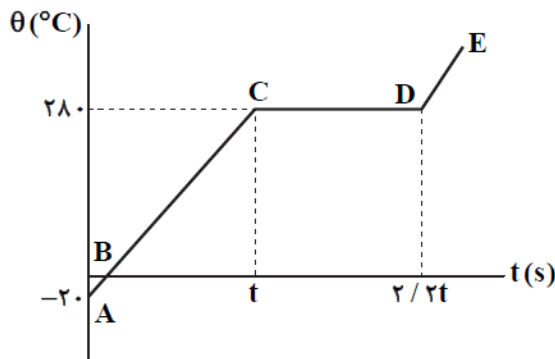
۳۴- ظرفی پر از آب با دمای ۳۲ درجه فارنهایت است. اگر دمای آب ۵/۴ درجه فارنهایت افزایش یابد، چند مورد از گزینه‌های زیر رخ می‌دهد؟
(انبساط ظرف ناچیز فرض می‌شود).

- (الف) حجم آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
(ب) فشار وارد بر کف ظرف از طرف آب ثابت می‌ماند.
(پ) حجم آب کاهش می‌یابد.
(ت) فشار وارد بر کف ظرف از طرف آب کاهش می‌یابد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵- وقتی به یک کره فلزی توپر به جرم ۲۰۰ گرم، گرمای Q داده می‌شود حجم آن ۰/۶ درصد افزایش می‌یابد. اگر گرمای ویژه فلز $۲ \frac{J}{g \cdot K}$ و ضریب انبساط طولی آن $۱۰^{-۵} \frac{1}{K}$ باشد، گرمای داده شده به کره فلزی چند کیلوژول است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۳۶- جسم جامدی را توسط یک گرمکن با توان ثابت گرم می‌کنیم. در این شرایط گرمای نهان ذوب جسم چند برابر گرمای ویژه جسم در حالت جامد است؟



- (۱) ۴۸۰
(۲) ۴۲۰
(۳) ۳۶۰
(۴) ۲۴۰

۳۷- یک ظرف مسی با گنجایش ۲ لیتر، از جیوه پر شده است. اگر دمای مجموعه را $۲۰۰^{\circ}C$ کاهش دهیم، تقریباً چند درصد از ظرف خالی باقی می‌ماند؟

($\alpha_{Cu} = ۱۰^{-۵} \frac{1}{K}$ و $\beta_{Hg} = ۱۰^{-۳} \frac{1}{K}$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۳۸- دمای یک صفحه فلزی به ابعاد $۵m \times ۴m$ را $۳۶^{\circ}F$ افزایش می‌دهیم. در نتیجه مساحت آن به اندازه $۲۰۰cm^2$ افزایش می‌یابد. ضریب انبساط سطحی فلز در SI کدام است؟

- (۱) ۵×۱۰^{-۶} (۲) $۲/۵ \times ۱۰^{-۵}$ (۳) ۲×۱۰^{-۶} (۴) $۱۰^{-۵}$

۳۹- به دو کره فلزی هم جنس A و B گرمای یکسانی می‌دهیم. اگر تغییر دمای جسم A بر حسب درجه سلسیوس دو برابر تغییر دمای جسم B بر حسب درجه سلسیوس باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) گرمای ویژه A نصف گرمای ویژه B است.
(۲) گرمای ویژه B نصف گرمای ویژه A است.
(۳) ظرفیت گرمایی A دو برابر ظرفیت گرمایی B است.
(۴) ظرفیت گرمایی B دو برابر ظرفیت گرمایی A است.

۴۰- در فشار ۱ اتمسفر چند کیلوگرم آب $۴۰^{\circ}C$ را با ۲۰ کیلوگرم یخ $-۲۰^{\circ}C$ مخلوط کنیم تا پس از برقراری تعادل، ۲ kg از آب باقی بماند؟
(یخ $۱۶^{\circ}C = \Delta T_F = ۸۰^{\circ}C$ و مبادله گرما فقط بین آب و یخ در نظر گرفته می‌شود.)

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

۴۱- گرمای نهان تبخیر آب در دمای $۳۷^{\circ}C$ معادل $۲/۴ \times ۱۰^۶ \frac{J}{kg}$ است. یک ورزشکار ۸۰ کیلوگرمی که گرمای ویژه بدن او $۳۶۰۰ \frac{J}{kg \cdot K}$

است، چند گرم آب در اثر تعریق از دست بدهد تا دمای بدنش $۱^{\circ}C$ کاهش یابد؟

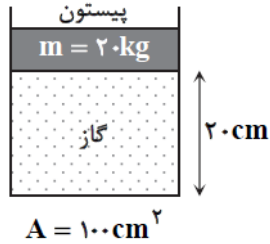
- (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

صفحه ۶ از ۷

۴۲- اگر یک کیلوگرم آب 75°C را در مجاورت مقدار زیادی بخار آب 100°C قرار دهیم، کدام مورد رخ می‌دهد؟ (اتلاف گرما ناچیز و آب $L_V = 500^{\circ}\text{C}$ فرض می‌شود).

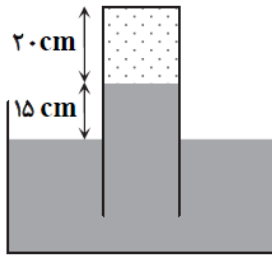
- (۱) از جرم بخار ۵۰ گرم کاسته می‌شود.
 (۲) به جرم بخار ۵۰ گرم افزوده می‌شود.
 (۳) از جرم بخار ۲۰۰ گرم کاسته می‌شود.
 (۴) به جرم بخار ۲۰۰ گرم افزوده می‌شود.

۴۳- در شکل روبه‌رو، اگر دمای گاز کامل را از 27°C به 127°C برسانیم، وزن چند کیلوگرمی روی پیستون قرار دهیم تا پیستون ۴ سانتی‌متر پایین برود؟ (اصطکاک ناچیز و فشار هوا 10^5 Pa است).



- (۱) ۶۰
 (۲) ۸۰
 (۳) ۱۲۰
 (۴) ۱۸۰

۴۴- در شکل روبه‌رو، چگالی مایع داخل ظرف و لوله $\frac{1}{3}$ چگالی جیوه است و مجموعه در حال تعادل است. لوله را چند سانتی‌متر در مایع فرو ببریم تا مایع داخل لوله و ظرف در دمای ثابت هم‌سطح شوند؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ فشار هوای محیط)



- (۱) $\frac{56}{3}$
 (۲) $\frac{49}{3}$
 (۳) ۱۵
 (۴) $\frac{64}{3}$

۴۵- کدام گزینه نا درست است؟

- (۱) دماسنج تابشی بر اساس آشکارسازی شدت تابش گرمایی کار می‌کند.
 (۲) گرمای ویژه یک جسم به جنس ماده تشکیل‌دهنده آن و دما بستگی دارد.
 (۳) هر مشخصه قابل اندازه‌گیری که با گرمی و سردی جسم تغییر می‌کند را کمیت دماسنجی می‌گویند.
 (۴) دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و ترموکوپل دماسنج‌های معیار می‌باشند.

۴۶- دو کره مسی توپر A و B در اختیار داریم که شعاع کره B دو برابر شعاع کره A است. اگر به دو کره گرمای یکسانی بدهیم، تغییر حجم کره A چند برابر تغییر حجم کره B است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$
 (۲) $\frac{8}{5}$
 (۳) ۱
 (۴) $\frac{3}{8}$

۴۷- اگر از 500 g آب با دمای 8°C مقدار $10/5$ کیلوژول گرما بگیریم، چگالی آب چگونه تغییر می‌کند؟

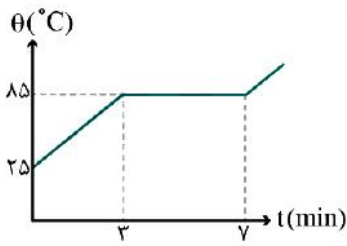
- (۱) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.
 (۲) پیوسته افزایش می‌یابد.
 (۳) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.
 (۴) پیوسته کاهش می‌یابد.

۴۸- درون یک ظرف فلزی با ظرفیت گرمایی $600 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ و دمای 30°C ، 200 گرم آب با دمای 50°C می‌ریزیم و یک گرمکن با راندمان ۸۰ درصد و توان 250 W درون آن قرار می‌دهیم. چند ثانیه طول می‌کشد تا آب شروع به جوشیدن کند؟

- (۱) ۳۰۰
 (۲) ۳۶۰
 (۳) ۴۰۰
 (۴) ۴۲۰

صفحه ۷ از ۷

۴۹- به جسم جامدی در دمای 25°C با گرمکنی با توان خروجی P گرما می‌دهیم و نمودار تغییرات دمای جسم مطابق شکل است.



اگر گرمای ویژه نهان ذوب این جسم $240 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ باشد، گرمای ویژه جسم چند واحد SI است؟

- (۱) ۳۰۰۰
- (۲) ۴۰۰۰
- (۳) ۴
- (۴) ۳

۵۰- یک حباب هوا به شعاع 5mm در ته یک دریاچه به عمق h تشکیل شده است که دما در آنجا 2°C است. حباب تا سطح آب بالا می‌آید که دما در آنجا 27°C است. اگر تا لحظه‌ای که حباب به سطح دریاچه می‌رسد، شعاع آن 1mm افزایش یافته

باشد، h چند متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = 1.0^5 \text{Pa}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

- (۱) ۱۸/۵۴
- (۲) ۱۵/۸۴
- (۳) ۵/۸۴
- (۴) ۸/۵۴